

Soal-Soal Matematika Kelas X

Sistem Persamaan Linear dan Kuadrat

Kerjakan soal-soal berikut dengan benar.

1. Diketahui x dan y merupakan himpunan penyelesaian sistem persamaan:

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 12 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 7 \end{cases}$$

Tentukan nilai $7xy$.

2. Jika (a, b, c) memenuhi sistem persamaan:

$$\begin{cases} a + 2b + 3c = 5 \\ 3a + b + 2c = 6 \\ 2a + 3b + c = 1 \end{cases}$$

Tentukan nilai $2a + b + 3c$.

3. Garis lurus $y = 2x + 1$ menyinggung parabola $y = mx^2 + (m - 5)x + 10$. Tentukan nilai m .

4. Diketahui sistem persamaankuadrat:

$$\begin{cases} y = 3x^2 - 6x - 1 \\ y = 2x^2 - 5x + 1 \end{cases}$$

Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan tersebut.

5. Diketahui dua bilangan yang berbeda. Kuadrat bilangan pertama sama dengan 3 kali bilangan kedua. Apabila bilangan pertama dikurangi 4 kemudian dikuadratkan, maka hasilnya 2 kurangnya dari bilangan kedua. Tentukan kedua bilangan tersebut.

Pembahasan Soal-Soal Matematika Kelas X

Sistem Persamaan Linear dan Kuadrat

1. Misal $\frac{1}{x} = a$ dan $\frac{1}{y} = b$.

Maka sistem persamaan menjadi:

$$2a + b = 12 \quad \dots (1)$$

$$a + b = 7 \quad \dots (2)$$

Eliminasi b:

$$2a + b = 12$$

$$a + b = 7$$

$$\hline$$

$$a = 5$$

Substitusi $a = 5$ ke persamaan (2):

$$a + b = 7 \Rightarrow 5 + b = 7$$

$$b = 2$$

Jadi, $\frac{1}{x} = 5 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$

$$\frac{1}{y} = 2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}$$

Nilai $7xy = 7 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{10}$.

2. $a + 2b + 3c = 5 \quad \dots (1)$

$$3a + b + 2c = 6 \quad \dots (2)$$

$$2a + 3b + c = 1 \quad \dots (3)$$

Eliminasi a dari persamaan (1) dan (2):

$$a + 2b + 3c = 5 \quad \times 3 \quad | \quad 3a + 6b + 9c = 15$$

$$3a + b + 2c = 6 \quad \times 1 \quad | \quad 3a + b + 2c = 6$$

$$\hline$$

$$5b + 7c = 9 \quad \dots (4)$$

Eliminasi a dari persamaan (1) dan (3):

$$a + 2b + 3c = 5 \quad \times 2 \quad | \quad 2a + 4b + 6c = 10$$

$$2a + 3b + c = 1 \quad \times 1 \quad | \quad 2a + 3b + c = 1$$

$$\hline$$

$$b + 5c = 9 \quad \dots (5)$$

Eliminasi b dari persamaan (4) dan (5):

$$5b + 7c = 9 \quad \times 1 \quad | \quad 5b + 7c = 9$$

$$b + 5c = 9 \quad \times 5 \quad | \quad 5b + 25c = 45$$

$$\hline$$

$$-18 = -36$$

$$\Leftrightarrow c = 2$$

Substitusi $c = 2$ ke persamaan (5):

$$b + 5c = 9 \Rightarrow b + 5(2) = 9$$

$$b = 9 - 10 = -1$$

Substitusi $c = 2$ dan $b = -1$ ke persamaan

(1):

$$a + 2b + 3c = 5 \Rightarrow a + 2(-1) + 3(2) = 5$$

$$\Leftrightarrow a - 2 + 6 = 5$$

$$\Leftrightarrow a = 1$$

Nilai $2a + b + 3c = 2(1) + (-1) + 3(2)$

$$= 2 - 1 + 6 = 7$$

3. Persamaan garis lurus:

$$y = 2x + 1 \quad \dots (1)$$

Persamaan parabola:

$$y = mx^2 + (m - 5)x + 10 \quad \dots (2)$$

Persamaan (1) disubstitusikan ke persamaan (2):

$$mx^2 + (m - 5)x + 10 = 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow mx^2 + mx - 5x + 10 - 2x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow mx^2 + mx - 7x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow mx^2 + (m - 7)x + 9 = 0$$

Syarat garis lurus menyinggung parabola:

$$D = 0 \Leftrightarrow b^2 - 4ac = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 7)^2 - 4m \cdot 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 14m + 49 - 36m = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 50m + 49 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 1)(m - 49) = 0$$

$$\Leftrightarrow m_1 = 1 \text{ atau } m_2 = 49$$

Jadi, $m = 1$ atau $m = 49$.

4. $y = 3x^2 - 6x - 1 \quad \dots (1)$

$$y = 2x^2 - 5x + 1 \quad \dots (2)$$

Substitusi (1) ke (2):

$$3x^2 - 6x - 1 = 2x^2 - 5x + 1$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 2x^2 - 6x + 5x - 1 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)(x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 = -1 \text{ atau } x_2 = 2$$

Substitusikan $x_1 = -1$ atau $x_2 = 2$ ke persamaan (1):

$$\begin{aligned}x_1 = -1 &\Rightarrow y_1 = 3x^2 - 6x - 1 \\ &y_1 = 3(-1)^2 - 6(-1) - 1 \\ &= 3 + 6 - 1 \\ &= 8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_2 = 2 &\Rightarrow y_2 = 3x^2 - 6x - 1 \\ &y_2 = 3(2)^2 - 6(2) - 1 \\ &= 12 - 12 - 1 \\ &= -1\end{aligned}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{(-1, 8), (2, -1)\}$.

5. Misal bilangan pertama = x dan bilangan kedua = y .

$$x^2 = 3y \quad \dots (1)$$

$$(x - 4)^2 = y - 2 \quad \dots (2)$$

Dari persamaan (1) diperoleh:

$$x^2 = 3y \Leftrightarrow y = \frac{x^2}{3}$$

Substitusikan $y = \frac{x^2}{3}$ ke persamaan (2):

$$(x - 4)^2 = y - 2$$

$$(x - 4)^2 = \frac{x^2}{3} - 2$$

$$\Leftrightarrow 3(x - 4)^2 = x^2 - 6$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 24x + 48 = x^2 - 6$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - x^2 - 24x + 48 + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 24x + 54 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 12x + 27 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)(x - 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ atau } x = 9$$

untuk $x = 3$:

$$x^2 = 3y \Rightarrow 3^2 = 3y$$

$$\Leftrightarrow y = 3$$

untuk $x = 9$:

$$x^2 = 3y \Rightarrow 9^2 = 3y$$

$$\Leftrightarrow 81 = 3y$$

$$\Leftrightarrow 27 = y$$

Bilangan pertama berbeda dengan bilangan kedua.

Jadi, bilangan itu adalah 9 dan 27.